Analyse dimensionnelle.

Exercice 1

1. On note R la résistance électrique équivalente à deux résistances R_1 et R_2 en série. La relation $R = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ peut elle être juste ?
2. La relation $\ell_0 = \frac{D-d^2}{4D^2}$ où ℓ_0, D et d sont des distances peut-elle être homogène ?

Exercice 2

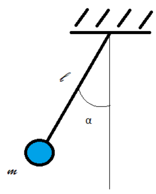
Soit une masse m de corps de capacité thermique massique c. Pour augmenter sa température de ΔT, il faut lui apporter une énergie $Q = mc\Delta T$. Quelle est l'unité de la capacité thermique massique c ?

○ $m^2.s^{-2}.K^{-1}$ ○ $kg.m^2.s^{-2}.K^{-1}$ ○ $m^2.s^{-1}.K^{-1}$ ○ $kg.m^2.s^{-1}.K^{-1}$

Exercice 3

On souhaite déterminer la période T_0 des oscillations d'une masse accrochée à un fil. On choisit comme paramètres susceptibles d'influencer cette période :

— la masse m
— la longueur du fil l
— g l'accélération de la pesanteur.



On cherche à exprimer T_0 sous la forme

$$T_0 = C_0.l^{\alpha}.m^{\beta}g^{\gamma}$$

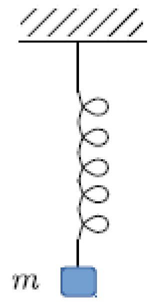
avec C_0 une constante sans dimension.

1. Déterminer, si cela est possible, les coefficients α, β et γ par analyse dimensionnelle.
2. Répondez sans calcul à la question suivante : Comment variera la période du pendule si la longueur du fil passe de l à $2l$? $n.l$?

Exercice 4

On souhaite déterminer la période T_0 des oscillations verticales d'une masse accrochée à un ressort. On choisit comme paramètres susceptibles d'influencer cette période :

— la masse m
— k la constante de raideur du ressort (qui a les dimensions d'une force par unité de longueur)
— g l'accélération de la pesanteur.



On cherche à exprimer T_0 sous la forme

$$T_0 = C_0k^{\alpha}.m^{\beta}g^{\gamma}$$

avec C_0 une constante sans dimension.
Déterminer,si cela est possible, les coefficients α, β et γ par analyse dimensionnelle.

Exercice 5

Une masse m oscille à l'extrémité d'un ressort linéaire horizontal de constante de raideur k, cette fois en présence d'une force de frottement visqueuse : son module est proportionnelle à la vitesse v de m. L'équation du mouvement s'écrit

$$m\ddot{X} = -kX - \lambda\dot{X}.$$

1. Identifier le sens physique de chacun des termes de la relation précédente.
2. Diviser cette relation par k et monter qu'elle n'est homogène que si chacun de ses termes a la dimension d'une longueur (L).
3. En déduire les dimensions respectives de m/k et λ/k, puis de k et λ.

Exercice 6

1. La troisième loi de Kepler permet de relier, pour toutes les planètes du système solaire, leur période de révolution T à leur demi grand-axe a (correspond à la distance Soleil-planète si on considère la trajectoire circulaire). En effet cette loi dit que le rapport $\frac{T^2}{a^3}$ est constant : il a la même valeur pour toutes les planètes du Système solaire.
   En faisant une analyse dimensionnelle, si on note G la constante gravitationnelle et M_S la masse du Soleil, quelle peut être la bonne valeur de la constante $\frac{T^2}{a^3}$ parmi celles proposées ?
   ◯ $\frac{4\pi^2 G^2}{M_S}$ ◯ $4\pi^2 G M_S$ ◯ $\frac{4\pi^2 M_S}{G}$ ◯ $\frac{4\pi^2}{G M_S}$
2. La vitesse d'un satellite en orbite autour de la Terre est susceptible de dépendre de la masse de la Terre M_T, du rayon de l'orbite R, et de la constante de gravitation G. En donner une expression plausible de la vitesse v. Sachant que la force gravitationnelle est donnée par
   $$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}.$$
3. L'énergie mécanique d'un satellite de masse m en orbite autour d'une planète de masse M à la distance r peut s'écrire :
   $$E_m = \frac{1}{2}m(\frac{dr}{dt})^2 + \frac{mC^2}{2r^2} - G\frac{mM}{r}.$$
   Donner les dimensions des constantes C (constante des aires) et G (constante de gravitation universelle) ainsi que leur unité dans le système international.

Exercice 7

1. Un étudiant à mauvaise mémoire mais astucieux ne se souvient plus très bien de la relation d'Einstein d'équivalence masse-énergie. Il se souvient cependant qu'elle est de la forme
   $$E = m^a c^b$$
   où E est une énergie, m une masse et c la vitesse de la lumière dans le vide. Calculer a et b grâce à l'analyse dimensionnelle.
2. Un étudiant à mauvaise mémoire mais astucieux ne se souvient plus très bien de la formule de la poussée d'Archimède. Il se souvient cependant qu'elle est de la forme
   $$F_A = V^\alpha.\rho^\beta.g^\gamma$$
   où V le volume du corps immergé, ρ la masse volumique du fluide et g l'accélération de la pesanteur. Calculer α, β et γ grâce à l'analyse dimensionnelle.

Exercice 8

A partir du moment où l'on rentre un lingot froid dans un four chaud, la vitesse à laquelle augmentera la température au centre va dépendre de facteurs géométriques (on prendra L pour la dimension linéaire), de la conductibilité thermique (k), et de l'inertie thermique dans laquelle interviennent la capacité calorifique massique à pression constante C_p et la masse, ce qui nécessite l'introduction de la masse volumique ρ. On admettra que les lingots sont homothétiques.
Quelle sera l'expression de la durée t, nécessaire pour atteindre une température donnée au centre du lingot ? En appelant θ la dimension de la température, T celle du temps, on calculera les exposants de l'expression de $t = k_3.C_p^a.\rho^b.k^c.L^d$.(ici C_0 est une constante sans dimension).

Indication : k s'exprime en $W.m^{-1}.K^{-1}$ et C_p a la dimension d'une énergie divisée par une température et une masse.