Utilisation des Abaques.

Images des Mathématiques.

De Pouchet à Ocagne: évolution des abaques.

Introduction

Un certain nombre de problèmes qui se posent journellement dans un atelier : calcul de la section à donner à une courroie ou à un arbre de transmission, délimitation de la vitesse de coupe d'un outil, évaluation de la résistance des dents d'un engrenage, etc., peuvent être résolus simplement et rapidement par l'utilisation d'**abaques** qui évitent les longs calculs et permettent d'obtenir le résultat cherché graphiquement.
La construction de tels abaques est très simple et n'exige pas des connaissances approfondies en mathématiques.
La **nomographie** est une science dont le but est la résolution graphique d'équations à nombre quelconque d'inconnues, au moyen d'abaques ou, plus exactement, de nomogrammes dont les abaques ne sont que des cas particuliers.

Nous allons maintenant donner des exemples d'abaques connus utilisé dans l'industrie mais aussi dans d'autres domaines.

Abaque fraiseuse

Considérons un foret de diamètre D en mm fixé sur une perceuse. Lorsqu'il tourne à raison de n tours par minute, la vitesse de coupe V exprimée en mètre par minute est donnée par la relation :

$$V = \frac{\pi D n}{1000}.$$

Cette relation à trois variables D, n, V permet connaissant deux d'entre elles de déterminer la troisième.
Pour éviter de recommencer des calculs souvent trop longs, on dispose de tableaux à double entrée.

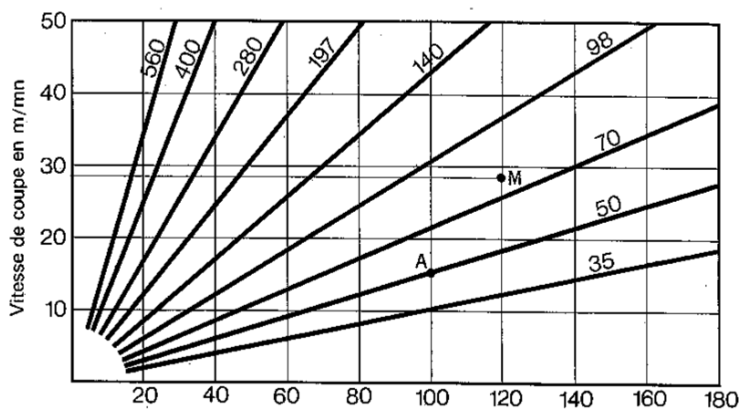
$D \backslash n$	35	50	70	98	140
20	2.2	3.1	4.4	6.1	8.8
40	4.4	6.3	8.8	13.3	17.6
60	6.6	9.4	13.2	18.4	26.4
80	8.8	12.6	17.6	24.6	35.2
100	11	15.7	22	30.7	44
120	13.2	18.8	26.4	36.9	52.8

On lit par exemple une vitesse de coupe de 17,6 m/min pour un foret de 80 mm de diamètre à 70 tours par seconde.
Cependant ces tableaux peuvent aussi être remplacés par des graphiques contenant un ensemble de courbes appelées **abaques**, permettant par lecture directe de déterminer la valeur d'une variable connaissant les valeurs des deux autres.
Pour cela il est primordial de choisir une échelle dite **fonctionnelle**.

Pour n fixé, on définit la fonction linéaire : $D \to V = \frac{\pi D n}{1000}$ dont le graphique dans un repère cartésien est une droite passant par l'origine. L'axe des abscisses représent les valeurs du diamètre D et l'axe des ordonnées la vitesse de coupe V.
Cette construction peut être répétée pour les valeurs de n imposées par la fraiseuse.
L'ensemble du réseau de droites pour les valeurs de n égales à

35, 50, 70, 98, 140, 197, 280, 400, 560

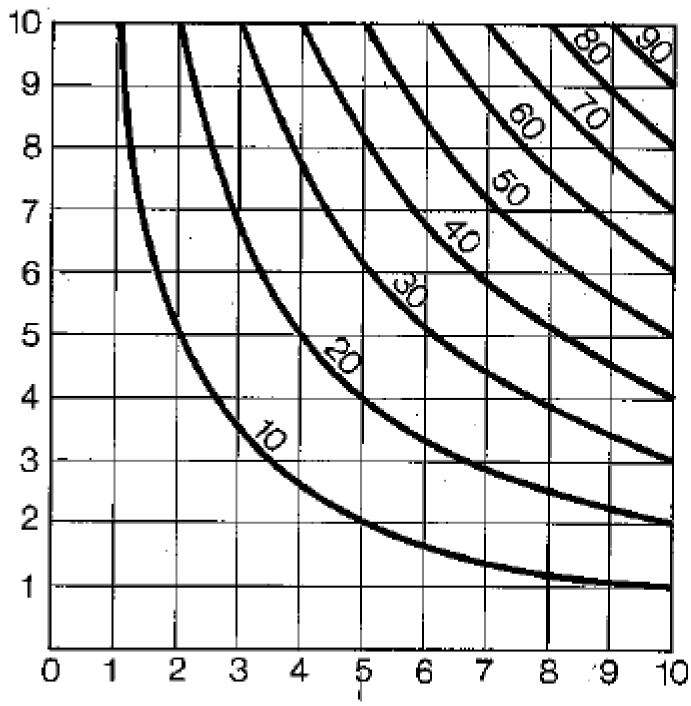
définit l'abaque de fraiseuse ci-dessous.



Par exemple, pour une vitesse de coupe de 20 m/min et un diamètre D de 120 mm correspond une vitesse de rotation de 55 tours par minute.

Abaque tracé sur un repère logarithmique

Considérons la relation $XY = K$ et l'abaque (ci-dessous) constitué d'un réseau d'hyperboles équilatères d'équation $Y = \frac{K}{X}$ pour des valeurs données de K égales à : 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90.



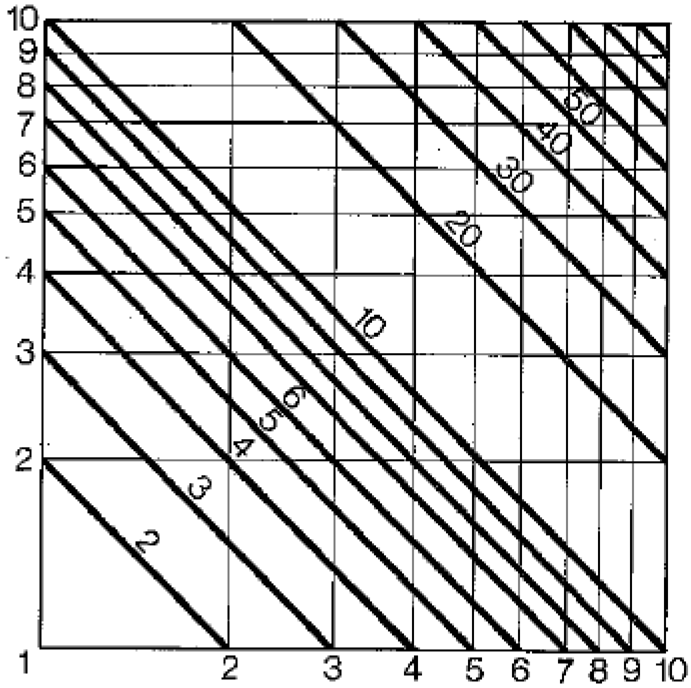
En supposant X, Y, K positifs, la relation $XY = K$ devient sous forme logarithmique :

$$log(X) + log(Y) = log(K) \Longleftrightarrow log(Y) = -log(X) + log(K).$$

Les axes des abscisses et des ordonnées étant gradués à l'aide d'échelles logarithmiques ayant même module on obtient par un changement de variable :

$$\begin{array}{c} x = log(X =);\ y = log(Y)\ et\ k = log(K) \\ y = -x + k \end{array}.$$

C'est alors l'équation d'un faisceau de droites de coefficient directeur -1 que l'on obtient sur l'abaque ci-dessous. Cette abaque appelé abaque de multiplication.



De manière plus général, passer à la fonction *log* (sous réserve d'avoir le droit) permet de transformer les expressions de produits et puissances en applications linéaires. On transforme ainsi les courbes en droites plus faciles à tracer.

Abaque De Catic

Cet abaque permet de calculer le temps de refroidissement lors de la conception d'un produit par injection plastique. Pour cela on a besoin des paramètre suivants :

- e épaisseur
- α diffusibilité thermique
- Θ_{inj} température d'injection de la matière
- Θ_{moule} température du moule
- Θ_{dem} température de la matière au moment de l'éjection

Calcul du temps de refroidissement pour atteindre la température de démoulage à coeur :

- pièces dont l'épaisseur est inférieure ou égale à 1 mm
- pièces difficiles à démouler

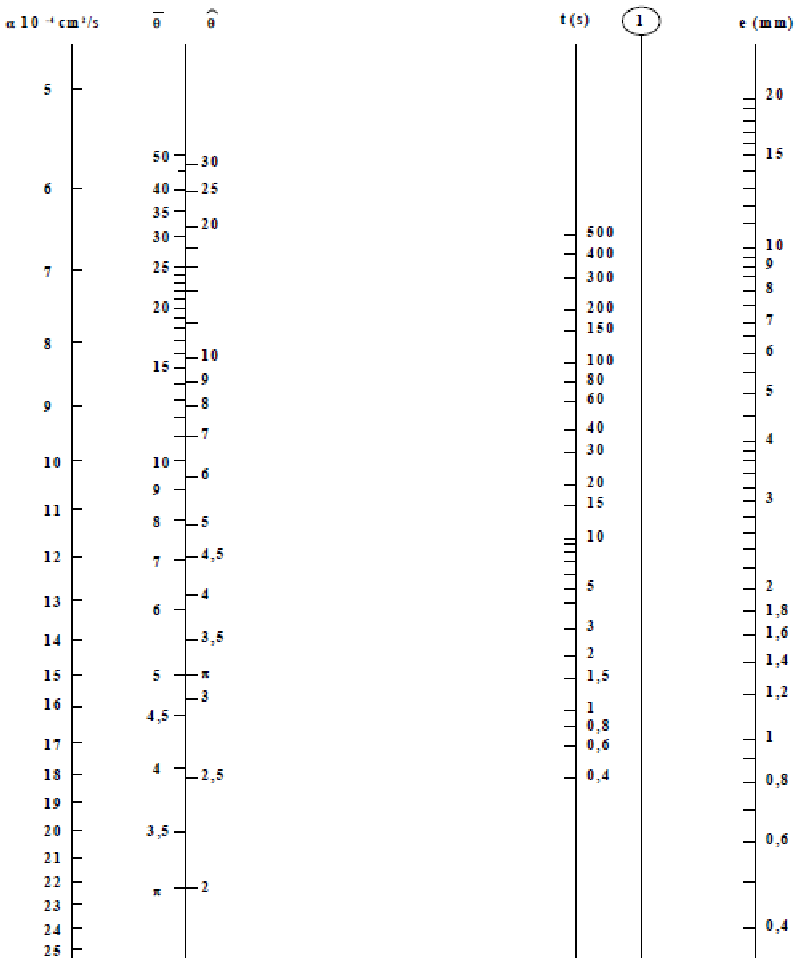
$$\hat{t} = \frac{e^2}{\alpha\pi^2} ln(\frac{4}{\pi}\frac{\Theta_{inj} - \Theta_{moule}}{\Theta_{dem} - \Theta_{moule}})$$

Calcul du temps de refroidissement pour atteindre la température de démoulage en moyenne :

- pièces dont l'épaisseur est supérieure à 1mm

$$\bar{t} = \frac{e^2}{\alpha\pi^2} ln(\frac{8}{\pi^2}\frac{\Theta_{inj} - \Theta_{moule}}{\Theta_{dem} - \Theta_{moule}})$$

Calcul du temps de refroidissement par abaque de CATIC



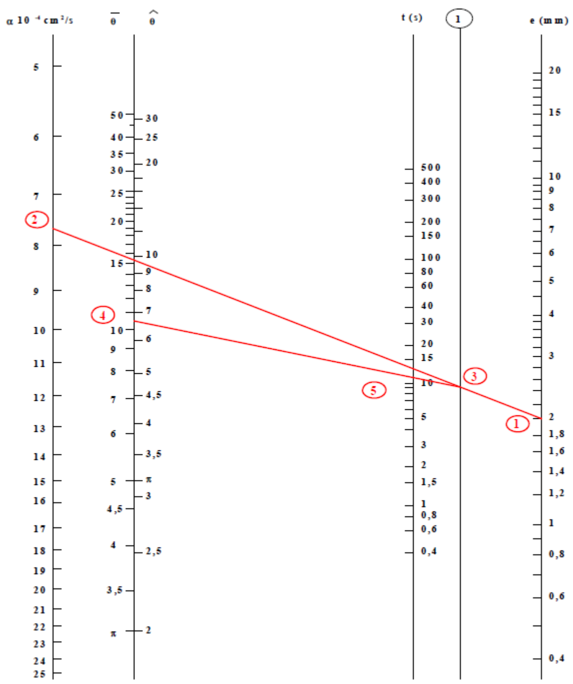
Matière	Température °C			α
	Matière	Moule	éjection	10^{-4} cm^2/s
ABS	240	60	80	8,5
PA6	240	60	85	6,5
PA66	280	100	120	6,5
PA66FV	290	100	140	6,5
PBTP	260	80	100	8,0
PC	300	100	140	8,7
Pebd	230	25	70	7,4
Pehd	250	50	80	7,7
PETP	280	70	90	9,0
PMMA	240	90	120	5,7
PP	240	40	70	7,0
PS	230	40	60	8,4
CA	220	60	100	5,2
PVC rigide	185	50	80	5,0
PVC souple	170	40	60	5,0

Exemple : Pièce en polystyrène

On cherche le temps de refroidissement pour une pièce en polystyrène d'épaisseur 2 mm sachant que $\alpha = 7.6.10^{-4} cm^2/s$. Les températures sont données $\Theta_{inj} = 250°C$, $\Theta_{moule} = 40°C$ et

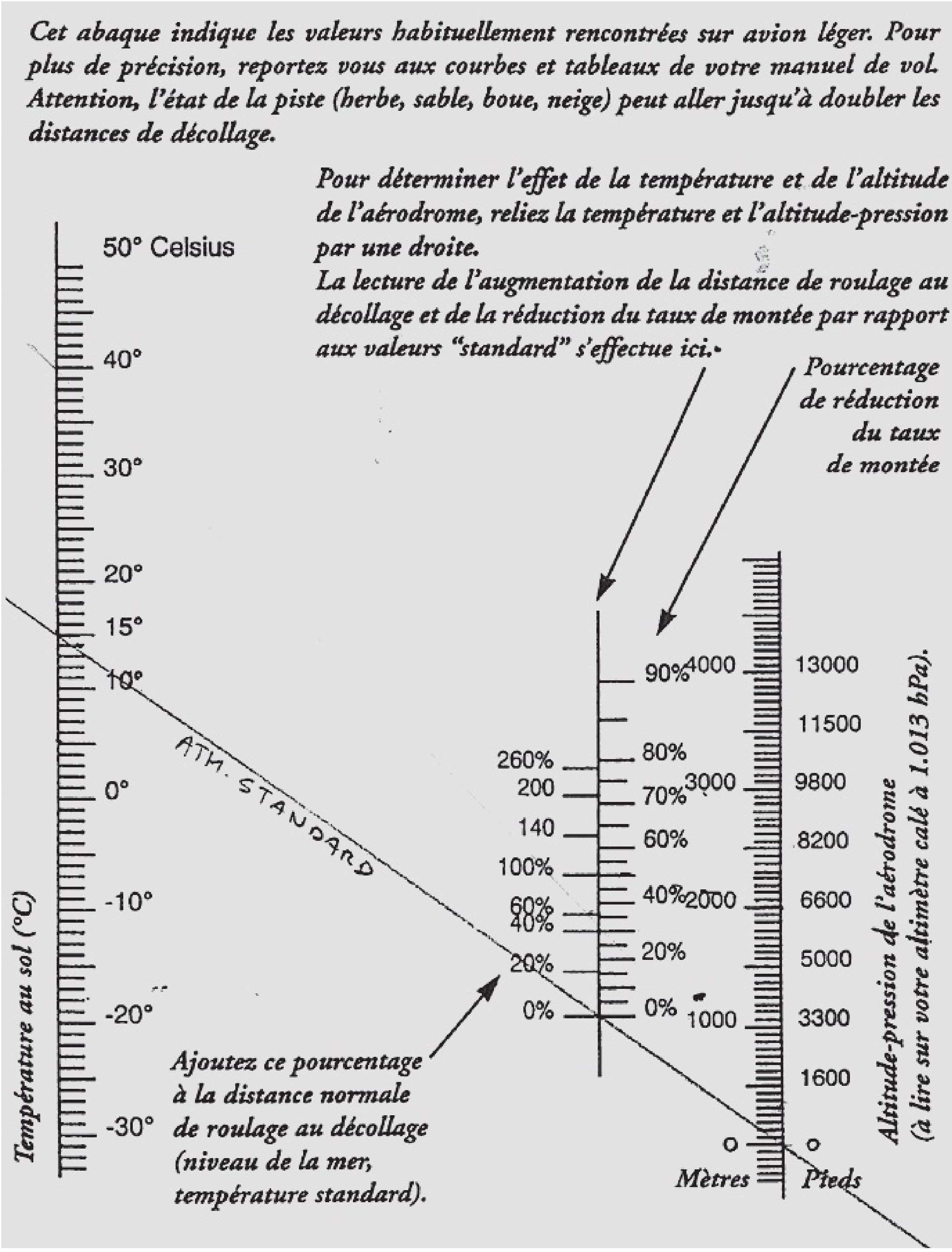
$$\Theta_{dem} = point\ Vicat - 20°C = 80°C - 20°C = 60°C.$$

Le rapport donne $\frac{\Theta_{inj} - \Theta_{moule}}{\Theta_{dem} - \Theta_{moule}} = 10,5$



Abaque De Koch

Cet abaque permet de calculer les variation de performance auxquelles on peut s'attendre au décollage lorsque l'altitude de l'aérodrome est élevée ou que la température est importante.



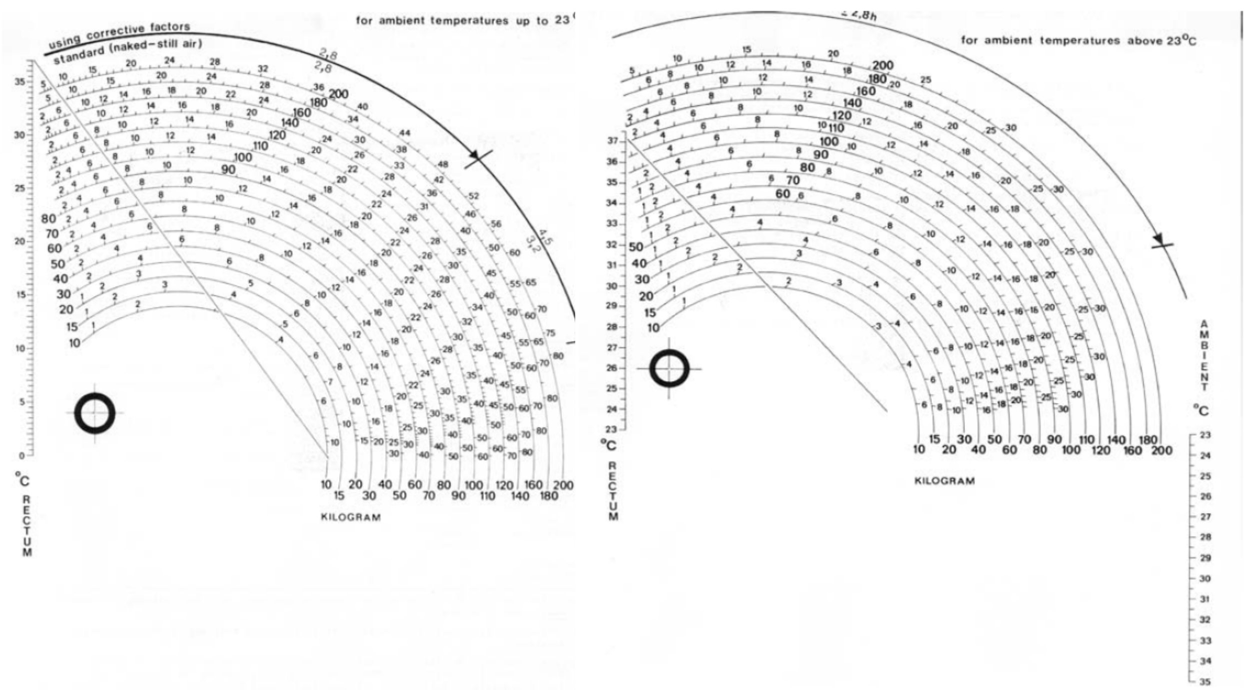
Abaque De Henssge

Le nomogramme de Henssge est un graphique à trois entrées.
En effet, pour l'utiliser, il est nécessaire de connaître trois informations :

- La température extérieure de la pièce au moment de la découverte du corps.
- La température interne du corps au même moment.
- Le poids de la victime.

La démarche est la suivante :

- Repérer sur l'axe de gauche par un point A la température interne du corps.
- Repérer sur l'axe de droite par un point B la température ambiante de la pièce.
- Relier ces deux points. Le segment ainsi obtenu coupe la droite déjà tracée en un point C.
- Tracer la demi-droite $[OC)$. Cette demi-droite va couper tous les arcs de cercles représentant les différents poids. Repérer le poids de la victime pour trouver depuis combien de temps la mort a eu lieu.



Exercice sur les abaques

Exercice 1

La boîte de vitesse d'une fraiseuse permet de réaliser les vitesses de rotation suivantes : $35 - 50 - 70 - 98 - 140 - 280 - 400 - 560 \quad tr/min.$

1. Compléter le tableau suivant après calcul des vitesses de coupe correspondant à chaque allure et à chaque diamètre de fraise (les vitesse de coupe sont arrondies au dixième supérieur).

Nombre de tours par minute									
Ø des fraises (mm)		35	50	70	98	140	280	400	560
	40								
	80								
	120								
	160								

2. Construire l'abaque de cette fraiseuse en traçant sur la même figure les 8 droites correspondant aux 8 vitesses de rotation.
   Porter sur les vitesses de coupes sur l'axe vertical et le diamètres de fraise sur l'axe horizontal.

Exercice 2 Efforts vérin

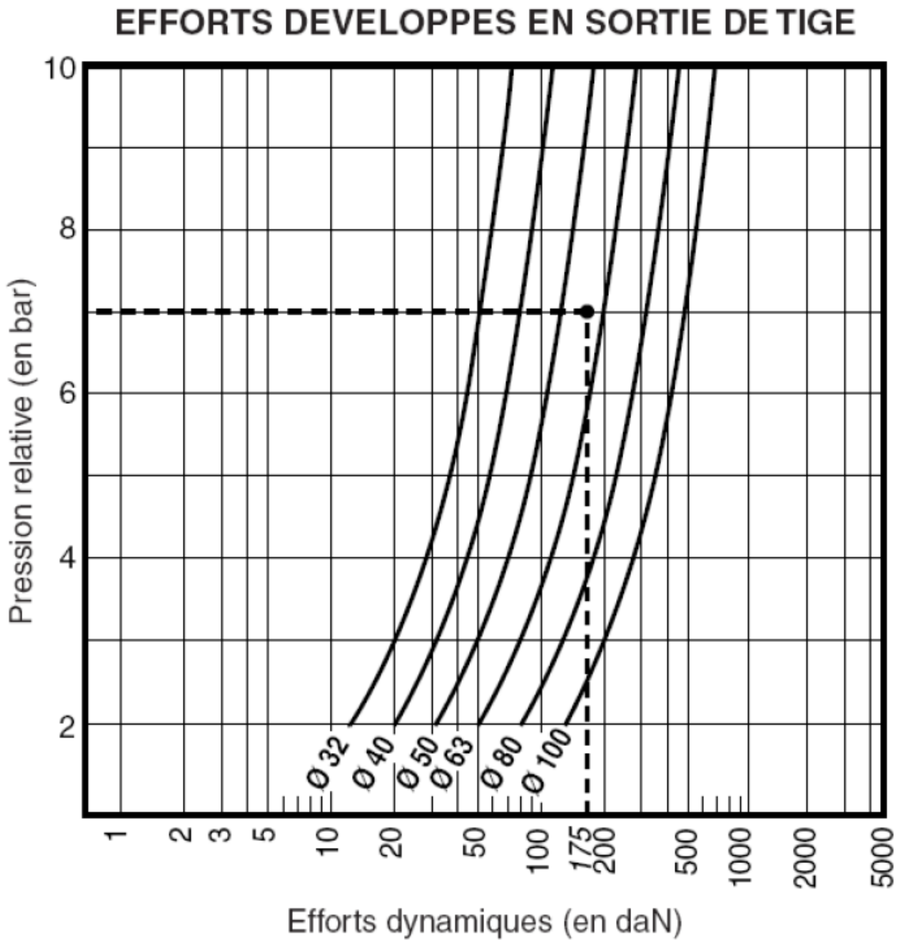
Un vérin est déterminé par sa course et par son diamètre :

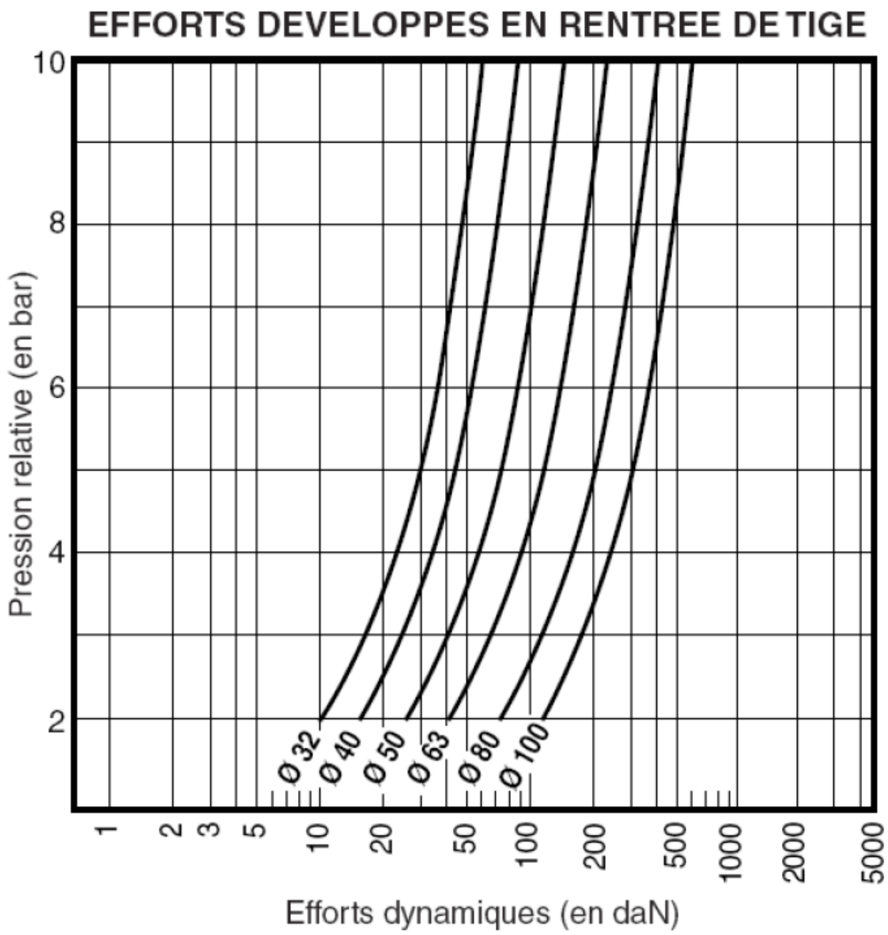
- de sa course dépend la longueur du déplacement à assurer,
- de son diamètre et de la pression de l'air dépend l'effort à développer.

La poussée théorique d'un vérin est donnée par la relation :$F = p.S$ avec F en daN, p la pression en bar, S la surface du piston en cm^2.
En réalité, l'effort développé par le vérin doit être supérieur à la poussée théorique pour tenir compte des frottements.

Un vérin ne développe pas le même effort en sortie ou en rentrée de tige. La poussée est plus importante en sortie de tige qu'en rentrée de tige.
En sortie de tige, la surface du piston sur laquelle est appliquée la poussée est égale à $S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$ ou D est le diamètre du piston.
En sortie de tige, la surface n'est plus que $S_2 = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$ avec d le diamètre de la tige.

On considère les abaques suivants qui nous donnent les efforts développés en entrée et en sortie. Dans l'exemple ci-dessous, pour un effort à développer de 175 daN et sous une pression de 7 bars, le point de rencontre sur l'abaque de ces deux grandeurs se trouve entre le diamètre 50 mm et 63 mm. Il faudra toujours prendre le diamètre supérieur, c'est à dire 63 mm.


EFFORTS DEVELOPPES EN SORTIE DE TIGE
Pression relative (en bar)
10
8
6
4
2
Ø 32
Ø 40
Ø 50
Ø 63
Ø 80
Ø 100
1
2
3
5
10
20
50
100
175
200
500
1000
2000
5000
Efforts dynamiques (en daN)


EFFORTS DEVELOPPES EN RENTREE DE TIGE
Pression relative (en bar)
10
8
6
4
2
Ø 32
Ø 40
Ø 50
Ø 63
Ø 80
Ø 100
1
2
3
5
10
20
50
100
200
500
1000
2000
5000
Efforts dynamiques (en daN)

1. Déterminer le diamètre du piston pour un effort de 1750 N en sortie de tige sous 7 bars.
2. Déterminer le diamètre du piston pour un effort de 2000 N en rentrée de tige sous 7 bars.
3. Déterminer le diamètre du piston pour un effort de 100 daN en sortie de tige sous 6 bars.
4. Déterminer le diamètre du piston pour un effort de 60daN en rentrée de tige sous 6 bars.
5. Pour un vérin de diamètre Ø 40, déterminer la pression minimum pour un effort de 70 daN en sortie de tige.
6. Pour un vérin de diamètre Ø50, déterminer la pression minimum pour un effort de 70 daN en sortie de tige.
7. Pour un vérin de diamètre Ø63, déterminer la pression minimum pour un effort de 700 N en sortie de tige.
8. Pour un vérin de diamètre Ø50, déterminer la pression minimum pour un effort de 100 daN en rentrée de tige.
9. Pour un vérin de diamètre Ø63, déterminer la pression minimum pour un effort de 100 daN en rentrée de tige.
10. Déterminer l'effort en sortie de tige pour un vérin Ø63 sous 7 bars.
11. Déterminer l'effort en sortie de tige pour un vérin Ø32 sous 7 bars.
12. Déterminer l'effort en rentrée de tige pour un vérin Ø80 sous 5 bars.
13. Déterminer l'effort en rentrée de tige pour un vérin Ø32 sous 7 bars.

Exercice 3

Une perceuse de capacité 15 mm a 4 vitesses normales : 320, 560, 910, 1620 tours-minute.

1. Construire l'abaque relatif à cette perceuse. Sur l'axe des abscisses les diamètres (1 cm par mm) sur l'axe des ordonnées les vitesses de coupe (1 cm pour 2,5 m/min).
   Déterminer un point de chacune des quatre droites correspondant à chaque vitesse de rotation avec la formule $V = \frac{\pi D n}{1000}$ en prenant 10 pour D pour les trois premières et $D = 5$ pour $N = 1620$ tr/min.
2. Combien de tours-minute doit effectuer un foret de 4 mm pour travailler à la vitesse de coupe de 20 m/min ?
   Dans le cas ou le point représentatif se trouve entre deux droites de l'abaque, on utilisera la vitesse inférieure.

Exercice 4

On étudie la faisabilité d'un couvercle transparent légèrement teinté, d'épaisseur générale $3 \pm 0,2$ mm, pour un volume de 35 cm^3. Les 2 matériaux retenus pour leurs caractéristiques optiques sont le PMMA à $3,05$ €/Kg et le PC à $4,57$ €/Kg.

1. Calculez le temps de refroidissement nécessaire en moyenne pour ces 2 matériaux.

Exercice 5 Vitesse de coupe d'un étau-limeur

La vitesse de coupe d'un étau limeur à retour 2 fois plus rapide que l'aller peut se calculer d'après la formule :

$$V = \frac{3}{2}CN$$

C longueur de la course, N le nombre de courses (aller et retour).

1. Démontrer la formule.
2. Si la longueur de la course est réglée à 160mm, quelle est la vitesse de coupe de l'outil pour $N = 40$.

3. Établir les diagrammes des vitesses de coupe pour les longueur de course comprises entre 50 et 400 mm et les valeurs de N suivantes : $N = 40$, $N = 100$, $N = 160$. Axe horizontal : (C) ; Axe vertical : (V).
4. Déterminer sur le graphique le nombre de courses à utiliser pour obtenir une vitesse de coupe de 12 m/min pour une longueur de course de 200 mm. Puis vérifier par le calcul.

Exercices supplémentaires : Utilisation des échelles log-log

Exercice 6

Le rayon d'une boule de poids p (kg) est donné par : $R = \sqrt[3]{\frac{3P}{4\pi d}}$, d étant la masse volumique. Construire l'abaque pour les intervalles de variation suivant : $d \in [1, 10]$ et $P \in [1, 100]$.

Exercice 7

Construire l'abaque de la formule $S = 5,5\frac{P}{V}$ qui donne la section en cm^2 d'une courroie souple qui transmet à la vitesse V en $m.s^{-1}$ une puissance de P chevaux [1]. On fera varier P de 1 à 50 chevaux et V de 1 à 100 $m.s^{-1}$.

1. Le cheval ou cheval-vapeur (cv) est l'unité communément utilisée pour mesurer la puissance d'une motorisation. Cette unité de mesure représente la puissance d'un cheval qui tire 75 kg au pas (vitesse d'un mètre par seconde). **1 cheval = 736 W**.

Rapport du médecin légiste

Dossier n°2021BUT1

Détermination de l'heure de la mort

Identification de la Victime .

- Nom : M. C
- Profession : Enseignant-Chercheur
- Cause probable de la mort : Surmenage

Données relevées à 07 h 30.

- Température ambiante : 17°
- Température interne du corps : 28°
- Poids de la victime : 85 kg

Heure estimée de la mort :