Unités du système international

Ensemble d'articles et livres sur le sujet.

1 Dimensions et unités fondamentales

Parenthèse historique

Jusqu'au XVIII ème siècle il n'existait aucun système de mesure unifié. En 1795, il existait en France plus de sept cents unités de mesure différentes. Ces unités n'étaient pas fixes : elles variaient d'une ville à l'autre, d'une corporation à l'autre, mais aussi selon la nature de l'objet mesuré. Nombre d'entre elles étaient empruntées à la morphologie humaine. Leur nom en conservait fréquemment le souvenir : le doigt, la palme, le pied, la coudée, le pas, la brasse, ou encore la toise, dont le nom latin tensa - de brachia -désigne l'étendue des bras. Malgré les tentatives de Charlemagne et de nombreux rois après lui, visant à réduire le nombre de mesures existantes, la France comptait parmi les pays les plus inventifs et les plus chaotiques dans ce domaine. Les mesures de volume et celles de longueur n'avaient aucun lien entre elles. Pour chaque unité de mesure les multiples et sous multiples s'échelonnaient de façon aléatoire, ce qui rendait tout calcul extrêmement laborieux. Source d'erreurs et de fraudes lors des transactions commerciales, cette situation portait aussi préjudice au développement des sciences. A mesure que l'industrie et le commerce prenaient de l'ampleur, la nécessité d'une harmonisation se faisait de plus en plus pressante. Dans un premier temps la mesure des longueurs s'est unifiée grâce au système métrique : le mètre étant né en 1791. Et ce n'est qu'en 1960 qu'est né officiellement le système international : définissant les 7 unités de base permettant de décrire l'ensemble des sciences physiques. Depuis la plupart des constantes physiques universelles sont données dans les unités du système international.

Définitions

1. La **dimension** d'une grandeur renseigne sur sa nature physique.
   Par exemple une distance, un périmètre, un intervalle spatial ont tous pour dimension une longueur. C'est une caractéristique beaucoup plus générale que son unité.
2. Pour exprimer une grandeur physique munie d'une dimension, on choisit des unités. Une même dimension peut s'exprimer avec une multitude d'unité. Par exemple, une longueur peut ainsi s'exprimer en mètre, centimètre, coude, pied royal, etc.

Remarque

Une grandeur sans dimension peut tout à fait avoir une unité. C'est le cas d'un angle dont l'unité peut être le degré ou le radian.

Définitions

On peut montrer que la dimension de n'importe quelle grandeur physique peut toujours s'exprimer en fonction de **sept dimensions « fondamentales »**, auxquelles on associe **7 unités de base**, celles du système international (SI ou MKSA) définies par le BIPM (Bureau internationale des Poids et Mesures) https ://www.bipm.org/fr/measurement-units/

Grandeur	**Symbole dimensionnel**	**Unité (SI)**
Longueur	L	mètre (m)
Masse	M	kilogramme (kg)
Temps	T	seconde (s)
Intensité du courant	I	Ampère (A)
Température	Θ	Kelvin (K)
Quantité de matière	N	mole(mol)
Intensité lumineuse	J	Candela(Cd)

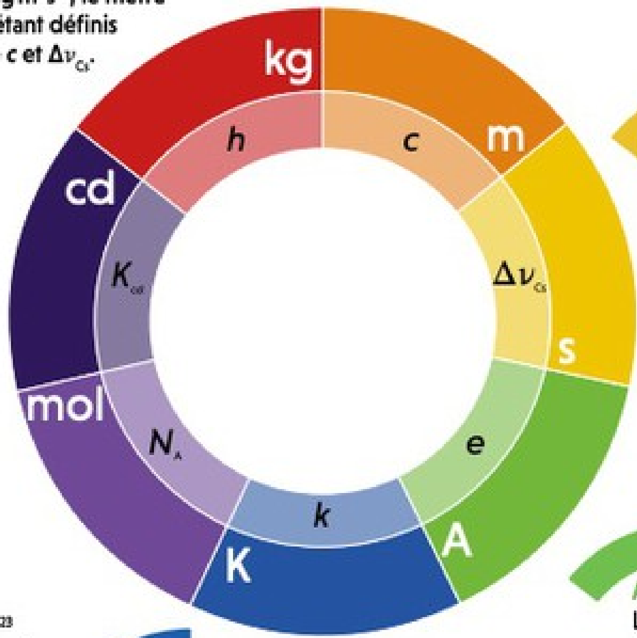
Remarque

L'unité du système international est le kilogramme et non pas le gramme.

Kilogramme
Le kilogramme, symbole kg, est l'unité de masse du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de h, la constante de Planck, égale à $6{,}626\,070\,15 \times 10^{-34}$ lorsqu'elle est exprimée dans l'unité joule seconde, unité égale à $\mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$, le mètre et la seconde étant définis en fonction de c et $\Delta\nu_{Cs}$.

Mètre
Le mètre, symbole m, est l'unité de longueur du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la vitesse de la lumière dans le vide, c, égale à 299 792 458 lorsqu'elle est exprimée en mètres par seconde, la seconde étant définie en fonction de $\Delta\nu_{Cs}$.

Candela
La candela, symbole cd, est l'unité du SI d'intensité lumineuse dans une direction donnée. Elle est définie en prenant la valeur numérique fixée de l'efficacité lumineuse d'un rayonnement monochromatique de fréquence 540×10^{12} Hz, K_{cd}, égale à 683 lorsqu'elle est exprimée en lumen par watt, unité égale à candela stéradian par watt, ou $\mathrm{cd\,sr\,kg^{-1}\,m^{-2}\,s^3}$, le kilogramme, le mètre et la seconde étant définis en fonction de h, c et $\Delta\nu_{Cs}$.



Seconde
La seconde, symbole s, est l'unité de temps du SI. Elle est définie en prenant la valeur numérique fixée de $\Delta\nu_{Cs}$, la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé, égale à 9 192 631 770 lorsqu'elle est exprimée en hertz, unité égale à $\mathrm{s^{-1}}$.

Mole
La mole, symbole mol, est l'unité de quantité de matière du SI. Une mole contient exactement $6{,}022\,140\,76 \times 10^{23}$ entités élémentaires. Ce nombre, appelé « nombre d'Avogadro », correspond à la valeur numérique fixée de la constante d'Avogadro, N_A, lorsqu'elle est exprimée en $\mathrm{mol^{-1}}$.

Kelvin
Le kelvin, symbole K, est l'unité de température thermodynamique du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la constante de Boltzmann, k, égale à $1{,}380\,649 \times 10^{-23}$ lorsqu'elle est exprimée dans l'unité joule par kelvin, unité égale à $\mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}\,K^{-1}}$, le kilogramme, le mètre et la seconde étant définis en fonction de h, c et $\Delta\nu_{Cs}$.

Ampère
L'ampère, symbole A, est l'unité de courant électrique du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la charge élémentaire e, égale à $1{,}602\,176\,634 \times 10^{-19}$ lorsqu'elle est exprimée dans l'unité coulomb, unité égale à ampère seconde, la seconde étant définie en fonction de $\Delta\nu_{Cs}$.

2 Unité de temps : la seconde (s)

2.1 Définition de l'unité de base du SI

Définition

La **seconde**, symbole s, est l'unité de temps. Elle est définie en prenant la valeur numérique fixée de la fréquence de césium, Δv_{Cs}, la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé, égale à 9192631770 lorsqu'elle est exprimée en hertz (Hz), unité égale à s^{-1}

Remarques

- La valeur numérique du paramètre atomique Δv_{Cs} est exacte, c'est-à-dire, a une incertitude nulle. L'isotope 133 de l'atome est identique en tout lieu et stable dans le temps.
- La valeur de Δv_{Cs}, exprimée en hertz a pour conséquence de définir la seconde comme la durée de 9192631770 périodes d'oscillation d'un signal électromagnétique :

$$1\,s = 1\,Hz^{-1} = \frac{9192631770}{\Delta v_{Cs}}$$

2.2 Grandeurs et unités dérivées

En physique la grandeur temps [T] exprime une durée ; la mesure d'un temps est en fait la mesure d'un intervalle de temps. La notion de temps absolu correspond à des instants, des dates, des heures,... et donc ne se mesure pas. Ces termes se rapportent à des calendriers ou à des repères de temps et concernent la datation.

Parenthèse historique

La seconde a déjà été utilisé par C.F. Gauss dès le XVII ème siècle (définie alors à partir d'un jour solaire moyen, première unité de temps universelle).

La seconde a été introduite dans le SI dès sa création car c'est une unité fondamentale : dès qu'il y a un mouvement ou transformation, la description du modèle dynamique nécessite la référence au temps, donc à la seconde. C'est pourquoi celle-ci est incluse dans de nombreuses unités dérivées pour exprimer par exemple une vitesse, une accélération, une force, une énergie, une charge électrique, un débit. Les autres unités de bases du SI s'y réfèrent également : le mètre, le kilogramme, l'ampère, le kelvin et la candela.

Unité (symbole)	**Valeur en unités SI**
minute (min)	1 min=60 s
heure (h)	1 h= 60 min =3600 s
jour (d)	1 d=24h=86 400 s

Définition

Le Hertz (Hz), unité de fréquence (f), est une unité dérivée de la seconde, $1\,Hz = 1\,s^{-1}$. Cette unité doit être employée uniquement pour exprimer la fréquence d'un phénomène périodique, c'est-à-dire l'inverse de sa période.
S'il s'agit d'exprimer une vitesse de déplacement linéaire ($m.s^{-1}$) ou angulaire ($rad.s^{-1}$), le Hz ne peut pas être employé à la place de s^{-1}.

3 Unité de longueur : le mètre (m)

3.1 Définition de l'unité de base du SI

La définition sous-tend qu'un mètre est la longueur du trajet parcouru par la lumière dans le vide pendant un intervalle de temps d'une durée de 1/299792458 seconde.

Définition

Le **mètre**, symbole **m**, est l'unité de longueur du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la vitesse de la lumière dans le vide c 299792458 lorsqu'elle est exprimée dans l'unité $m.s^{-1}$, où la seconde est définie en fonction de la fréquence de césium Δv_{Cs}.

Parenthèse historique

Jusqu'en 1960, le mètre était défini par un étalon matériel en platine iridié : le prototype international. La 11-ème CGPM abroge cette définition, pour la remplacer par une définition quantique et dématérialisée, basée sur la transition de résonance entre les niveaux d'énergie de l'atome de krypton 86. Dans les années 1980, les travaux en lien avec la définition de la seconde, en terme d'incertitude à la détermination de la vitesse de la propagation c de la lumière dans le vide, mènent à adopter la présente définition du mètre, lors de la 17 ème CGPM en 1983.

3.2 Grandeurs et unités dérivées

Des unités dérivant du mètre sont présentées ci-dessous

Grandeur dérivée	Nom spécial de l'unité	Symbole	Expression en unités SI
angle plan	radian	rad	$m.m^{-1}$
angle solide	stéradian	sr	$m^2.m^{-2}$
volume	-	-	m^3

3.3 Mesure du temps de vol

La relation suivante permet de mettre en pratique le mètre à l'aide d'une impulsion lumineuse dans le vide.

$$\boxed{l = c \cdot t}$$

Avec c la vitesse de la lumière dans le vide, l la longueur du trajet parcouru dans le vide par une onde électromagnétique plane pendant une durée t. La mesure du temps de vol t permet de déterminer le mètre puisque c est fixée et connue de manière exacte. Cette méthode s'applique à la mesure de longues distances afin que la durée mesure soit suffisamment importante. Ainsi, la mesure de la distance Terre-Lune se prête bien à cette mise en pratique du mètre. Cette mesure est réalisée sur la distance aller-retour, à l'aide d'un réflecteur posé sur la surface lunaire par les missions spatiales Apollo 11, 14 et 15, de manière à ce que la même horloge puisse être utilisée au départ et à l'arrivée de l'impulsion. La durée du trajet aller-retour entre la Terre et la Lune est d'environ 2,5 secondes.

3.4 Mesure de fréquence

Les radiations monochromatiques de fréquences stabilisées permettent d'obtenir des étalons de longueur d'onde dans le vide. En effet, la mesure de la fréquence f d'une onde électromagnétique plane permet de calculer la longueur d'onde dans le vide λ, à l'aide de la relation :

$$\boxed{\lambda = \frac{c}{f}.}$$

4 Unité de courant électrique : l'ampère (A)

4.1 Définition de l'unité de base du SI

Parenthèse historique

L'ampère est l'unité de base du Si pour mesurer les grandeurs électriques et magnétiques. Son nom est celui du physicien-chimiste français, André-Marie Ampère (1775-1836), qui comprit dès le début du XIX ème siècle l'existence de lien entre l'électricité et le magnétisme. Il est reconnu comme le fondateur de l'électromagnétisme.

Définition

L'**ampère**, symbole **A**, est l'unité d'intensité de courant électrique. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la charge élémentaire, e, égale à $1,602176634.10^{-19}$ lorsqu'elle est exprimée en coulomb C, unité égale à $A.s$, la seconde étant définie en fonction de la fréquence Δv_{Cs}.

L'intensité (**I**) d'un courant électrique circulant dans un conducteur représente le débit de charges électrique ($q = n \cdot e$) au travers d'une section de ce conducteur $I = q/t$. Grandeur et unités dérivées

4.2 Grandeur et unités dérivées

Certaines unités dérivées de l'ampère, ont des noms éponymes :

1. Le **volt** (V), du physicien italien Alessandro Volta (1745-1827), est la différence de potentiel électrique qui existe entre deux points d'un fil conducteur transportant un courant électrique de un ampère ($1\,A$), lorsque la puissance dissipée entre ces deux points est égale à un watt ($1\,W$).
2. L'**ohm** (Ω), du physicien allemand Georg Simon Ohm (1789-1854), est la résistance électrique qui existe entre deux points d'un conducteur lorsqu'une différence de potentiel constante de un volt ($1\,V$), appliquée entre ces deux points, produit dans ce conducteur un courant de un ampère ($1\,A$), ce conducteur n'étant le siège d'aucune force électromotrice.
3. Le **farad** (F), du physicien britannique Michael Faraday (1791-1867), est la capacité d'un condensateur électrique entre les armatures duquel apparaît une différence de potentiel électrique de un volt ($1\,V$), lorsqu'il est chargé d'une quantité d'électricité égale à un coulomb ($1\,C$).
4. Le **henry** (H), du physicien américain Joseph Henry (1797-1878), est l'inductance électrique d'un circuit fermé dans lequel une force électromotrice de un volt ($1\,V$) est produite lorsque le courant électrique qui le parcourt varie uniformément de un ampère par seconde ($1\,A/s$).
5. Le **coulomb** (C), du physicien français Charles-Augustin Coulomb (1730-1806), est la quantité d'électricité ou la charge électrique transportée une une seconde ($1\,s$) par un courant de un ampère ($1\,A$).
6. Le **weber** (Wb), du physicien allemand Wilhelm Eduar Weber (1804-1891), est le flux d'induction magnétique qui, traversant un circuit d'une seule spire, y produirait une force électromotrice de un volt ($1\,V$) si on annulait en une second ($1\,s$) par décroissance uniforme.

Les autres grandeurs couramment utilisées sont :

Grandeur dérivée	**Nom (symbole) de l'unité**	**Expression de l'unité en unités de base**
charge électrique quantité d'électricité (q, Q)	coulomb (C)	$A.s$
différence de potentiel électrique, force électromotrice, tension électrique (U)	volt (V)	$kg.m^2.s^{-3}.A^{-1}$
résistance électrique, impédance (R, Z)	ohm (Ω)	$kg.m^2.s^{-3}.A^{-2}$
conductance électrique (G)	siemens (S)	$kg^{-1}.m^{-2}.s^3.A^2$
capacité électrique (C)	farad (F)	$kg^{-1}.m^{-2}.s^4.A^2$
inductance (L)	henry (H)	$kg.m^2.s^{-2}.A^{-2}$
induction magnétique (B)	tesla (T)	$kg.s^{-2}.A^{-1}$

D'autres grandeurs non dérivées formellement de l'intensité de courant électrique sont néanmoins très utilisées.

Grandeur dérivée	**Nom (symbole) de l'unité**	**Expression de l'unité en unités de base**
énergie électrique	joule (J)	$kg.m^2.s^{-2}$
puissance électrique (P)	watt (W)	$kg.m^2.s^{-3}$
puissance rayonnée	watt (W)	$kg.m^2.s^{-3}$
paramètre de dispersion (S)	rapport d'unités identiques	(sans dimension)

5 Unité de masse : le kilogramme (kg)

5.1 Définition de l'unité de base du SI

Le kilogramme est une unité essentielle pour toute la mécanique classique comme quantique.

Définition

Le **kilogramme**, symbole **kg**, est l'unité de masse du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la constante de Planck, h, égale à $6,62607015.10^{-34}$ lorsqu'elle est exprimée en $J.s$, unité égale à $kg.m^2.s^{-1}$, le mètre et a la seconde étant définis en fonction de c et Δv_{Cs}.

Parenthèse historique

Depuis la première Conférence générale des poids et mesures (CGPM) de 1889, le kilogramme était précédemment défini au moyen d'un étalon matériel, le prototype international du kilogramme, désigné par le sigle IPK (International Prototype of the Kilogram). La définition fixait la valeur de sa masse comme étant égale à 1 kg exactement. En 2018 la 26 ème CGMP a entériné la définition du kilogramme à partir de la valeur numérique de la constante de Planck, du mètre et de la seconde.

5.2 Kilogramme et constante de Planck

Le choix de la constante de Planck, notée h, pour dématérialiser le kilogramme a fait l'objet de discussions. La relation physique entre le kilogramme et la constante de Planck n'est pas immédiatement évidente. La relation est obtenue en utilisant deux équations ; la première venant de la théorie quantique, elle permet de calculer l'énergie E d'un photon, de fréquence v, par la relation :

$$\boxed{E = h \cdot v.}$$

La seconde est l'équation d'Einstein qui établit l'équivalence entre la masse (m) et une énergie (E) par la formule :

$$\boxed{E = m \cdot c^2}$$

avec c la vitesse de la lumière dans le vide. Le photon a une masse nulle dans le modèle standard, mais on peut lui associer une masse équivalente à son énergie en physique ondulatoire que l'on obtient en combinant les deux équations précédentes ce qui nous donne :

$$\boxed{m = \frac{h \cdot v}{c^2}.}$$

5.3 Grandeurs et unités dérivées

Grandeur dérivée	Nom de l'unité	Expression de l'unité en unités de base
couple	newton mètre	$kg.m^2.s^{-2}$
débit massique	kilogramme par seconde	$kg.s^{-1}$
force	newton (N)	$kg.m.s^{-2}$
masse volumique	kilogramme par mètre cube	$kg.m^{-3}$
pression	pascal (Pa)	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
viscosité dynamique	pascal seconde	$kg.m^{-1}.s^{-1}$

6 Unité de température : le kelvin (K)

6.1 Définition de l'unité de base du SI

La température thermodynamique traditionnellement noté **T** est la grandeur d'état qui caractérise l'état d'équilibre thermique d'un système. Elle traduit l'agitation des particules qui constituent la matière. Son origine, le zéro absolu correspond, en théorie, à l'état de la matière ou l'agitation serait nulle.

Définition

Le **kelvin**, symbole **K**, est l'unité de température thermodynamique du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la constante de Boltzmann, k, égale à $1,380649.10^{-23}$ lorsqu'elle est exprimée en $J.K^{-1}$, unité égale à $kg.m^2.s^{-2}K^{-1}$, le kilogramme, le mètre et la seconde étant définis en fonction de h, c et Δv_{Cs}.

Remarques

— Il demeure courant d'exprimer une température par sa différence avec celle du point de congélation de l'eau (273,15 K). une température exprimée de cette façon a pour unité le degré Celsius (symbole $°C$). Le symbole de ctte grandeur est traditionnellement noté t ou θ. la correspondance avec la température thermodynamique est donc donnée par :

$$\boxed{t(°C) = T(K) - 273,15K}$$

— Le point de congélation de l'eau est à $0°C$ (ou 273,15 K) à la pression atmosphérique normale tandis que le point triple de l'eau est à $0,01°C$ (273,16 K).

6.2 Kelvin et constante de Boltzmann

La constante de Boltzmann établit une relation entre une énergie et une température on u doit au physicien Ludwig Eduard Boltzmann qui a contribué au développement de la mécanique statistique, à la fin du XIX ème siècle, une extension de la mécanique newtonienne à des grandes quantité d'objets dont on ne peut prévoir l'évolution individuelle mais moyenne.
Ainsi pour un gaz constitué de N molécules de masse m, la théorie cinétique des gaz exprime que l'énergie cinétique totale E_c en joules de ce gaz est :

$$\boxed{E_c = \frac{3}{2}.N.k.T,}$$

avec T la température thermodynamique en kelvins et k la constante de Boltzmann en joules par kelvin. Dans cette formule la température traduit l'agitation des particules dans le gaz,c'est-à-dire, leur énergie cinétique moyenne.

7 Unité de quantité de matière : la mole (mol)

7.1 Définition de l'unité de base du SI

Parenthèse historique

L'unité "la mole" a été introduite lors de la 14 ème CGPM en 1971, unité relative à la grandeur utilisée par les chimistes pour spécifier la quantité de matière ou de composés chimiques.

Définition

La **mole**, symbole **mol**, est l'unité de quantité de matière du SI. Une mole contient exactement $3,02214076.10^{23}$ entités élémentaires. Ce nombre, appelé *nombre d'Avogadro*, correspond à la valeur numérique fixée de la constante d'Avogadro, N_A, lorsqu'elle est exprimée en mol^{-1}.

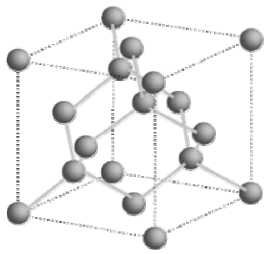
7.2 Grandeur et unités dérivées

Quelques unités dérivant de l'unité de quantité de matière sont dans le tableau ci-dessous.

Grandeur dérivée	**Nom de l'unité et symbole**	**Expression de l'unité en unités de base**
concentration molaire	mole par mètre cube (c)	$mol.m^{-3}$
activité catalytique	katal (kat)	$s^{-1}.mol$
concentration de l'activité catalytique	katal par mètre cube	$m^{-3}.s^{-1}.mol$

7.3 Constante d'Avogadro

Actuellement la réalisation la plus exacte de la mole résulte d'une expérience qui a conduit à la détermination de la constante d'Avogadro : il s'agit de l'expérience d'Avogadro.
Cette expérience consiste à mesurer ma valeur de la constante d'Avogadro N_A en déterminant le rapport entre le volume molaire V_m et le volume atomique V_a d'un monocristal quasi-parfait de silicium (Si) : $N_A = \frac{V_m}{V_A}$.
Le volume molaire est le produit de la masse molaire M_{Si} du silicium présent dans la sphère d'Avogadro et du volume V_{sphre} du cristal, divisé par la masse m_{sphre} ; $V_m = \frac{V_{sphre} \times M_{Si}}{m_{sphre}}$.



Le volume atomique est dans un monocristal de silicium, le volume d'une maille a divisé par le nombre d'atome par maille, c'est-à-dire 8, $V_a = \frac{a^3}{8}$.
Ainsi le nombre d'Avogadro se calcule par la relation :

$$\boxed{N_A = \frac{V_{sphre}.M_{Si}}{m_{sphre}.(a^3/8)}}$$

8 Unité d'intensité lumineuse : la candela (cd)

8.1 Définition de l'unité de base du SI

Parenthèse historique

Bien que la définition de la candela ait évolué depuis la notion de *bougie nouvelle* (unité lumineuse avant 1946), sa réalisation resta une entreprise difficile. Dans les années 1960, l'amélioration des techniques de radio-métriques permet la réalisation de cette dernière. La définition es adoptée en 1979.

Définition

La **candela**, symbole **cd**, est l'unité d'intensité lumineuse dans une direction donnée du SI. Elle est définie en prenant la valeur numérique fixée de l'efficacité lumineuse d'un rayonnement monochromatique de fréquence 540.10^{12} Hz, K_{cd}, égale à 683 lorsqu'elle est exprimée en $lm.W^{-1}$.

8.2 Grandeur et unités dérivées

Quelques unités utilisées en photométrie sont dans le tableau ci-dessous.

Grandeur dérivée	Nom de l'unité et symbole	Expression de l'unité en unités de base
flux lumineux	lumen (lm)	$cd.sr = m^2.m^{-2}.cd$
luminance lumineuse	-	$cd.m^{-2}$
éclairement lumineux	lux (lx)	$lm.m^{-2}$

Homogénéité des équations

Facteur	**Nom**	**Symbole**	**Facteur**	**Nom**	**Symbole**
10^1	déca	da	10^{-1}	déci	d
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^3	kilo	k	10^{-3}	milli	m
10^6	méga	M	10^{-6}	micro	μ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^12	téra	T	10^{-12}	pico	p
10^15	péta	P	10^{-15}	femto	f

Règles d'homogénéité

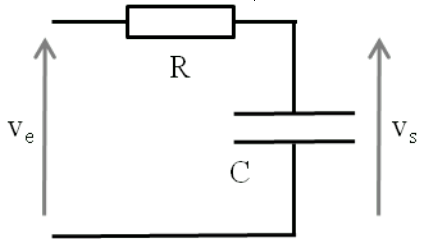
- Les deux membres d'une égalité A = B ont la même dimension, c'est-à-dire [A] = [B],
- On ne peut additionner que des termes homogènes,
- L'argument d'une fonction mathématique transcendante (exp, ln, cos, sin, tan,...) est nécessairement sans dimension,
- Une image par une fonction transcendante est sans dimension,
- On doit éviter de remplacer le symbole d'une grandeur par sa valeur numérique,
- Un vecteur ne peut être ajouté qu'à un vecteur et non à un scalaire,
- la dimension des dérivées et intégrales se détermine comme suit : $[\frac{dx}{dt}] = \frac{[x]}{[t]}$ et $[\int vdt] = [v][t]$.

Exemples

- La vitesse est donnée par la dérivée de la position par rapport au temps. Ainsi $\vec{v} = \frac{d\vec{P}}{dt}$, on a alors $[v] = \frac{[m]}{[s]} = L.T^{-1}$.
- La pression n'est pas une force mais une force pour une quantité de surface.
Ainsi $P = \frac{F}{S}$, or $[F] = M.L.T^{-2}$ et $[S] = L^2$ donc $[P] = M.L^{-1}.T^{-2}$.
Un Pascal (Pa) vaut donc $1kg.m^{-1}.s^{-2}$.
- D'après la seconde loi de Newton, "$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$" donc la dimension d'une force est :

$$[F] = M \times \frac{[v]}{T} = MLT^{-2}$$

- (Voir cours d'électricité) On considère un circuit électrique de type "RC" en série.



Une grandeur qui apparait alors naturellement est le produit $\tau = RC$ en appliquant la loi des mailles, l'équation $U = RI$ et l'équation $I = C\frac{du_c(t)}{dt}$ on peut montrer que la tension vérifie une équation différentielle du type :

$$U = u_c(t) + RC\frac{du_c(t)}{dt}.$$

Les solutions de cette équation font apparaitre la fonction $exp(-t/\tau)$. Ainsi pour pouvoir appliquer la fonction exponentielle, on a : $[t] = [\tau] = [RC] = T$.
En effet $[R] = L^2.M.T^{-3}.I^{-2}$ et $[C] = M^{-1}.L^{-2}.T^4.I^2$. Donc $[RC] = T$

Limitations de la démarche

Il faut connaitre l'ensemble des paramètres du système, ce qui, sur un problème inconnu est rarement le cas. De même l'existence et l'unicité des solutions obtenues en utilisant l'analyse dimensionnelle se ramène à l'existence et l'unicité des solutions pour un système linéaire algébrique (voir semestre 2).

— Si on ne trouve pas de solution alors il manque au moins un paramètre.

— Si on trouve une infinité de solutions alors on ne peut pas conclure directement. En particulier les relations seront toujours à une constante sans dimension près.

Présentation des résultats

— Une formule non homogène est nécessairement fausse.

— Un résultat numérique doit toujours être accompagné d'une unité. Une réponse donnée sans unité sera considérée comme fausse, même si la valeur numérique est correcte.

— Tous les calculs sont effectués d'abord de manière littérale.